



LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

ALGORITMOS COMPUTACIONALES PARA LOS VECTORES DE ESTADO DE LOS PLANETAS DEL SISTEMA SOLAR.

Héctor Alejandro Álvarez Páez
Jorge Luis Nisperuza Toledo
Juan Pablo Rubio Ospina

Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas
Programa de Ingeniería Aeronáutica
Fundación Universitaria Los Libertadores



Contenido

1. Introducción
2. Justificación
3. Objetivos
4. Marco Teórico
5. Metodología
6. Resultados y validación
7. Conclusiones

Introducción

- En mecánica orbital los vectores de posición y velocidad son los elementos básicos para la descripción cinemática y dinámica de cualquier sistema.
- En el marco del estudio de las rutas de transferencia interplanetaria, se desarrollaron rutinas computacionales en Wolfram Mathematica®, que permite obtener la posición y la velocidad en función del tiempo, para todos Los planetas del sistema solar.

Justificación

- La determinación de elementos orbitales planetarias es un tema de permanente estudio y de investigación, motivado por el constante envío de sondas para la exploración planetaria desarrolladas por las agencias espaciales internacionales.
- En el contexto de la investigación formativa, estos trabajos acercan a los estudiantes del programa de Ingeniería Aeronáutica de la Fundación Universitaria Los Libertadores al uso de herramientas computacionales para el estudio de la mecánica orbital.

Objetivos

General

- Desarrollar algoritmos en el lenguaje computacional Mathematica, que permitan obtener los vectores de estado de posición y velocidad para los planetas del Sistema Solar.

Específicos

- Sintetizar las ecuaciones cinemáticas y dinámicas del problema de dos cuerpos para el caso gravitacional.
- Escribir en lenguaje computacional Mathematica las ecuaciones de movimiento para el cálculo de los vectores de estado de los planetas del Sistema Solar.
- Validar los resultados obtenidos con paquetes computacionales utilizados por la comunidad científica.

Marco Teórico

Ecuaciones de movimiento en un sistema inercial

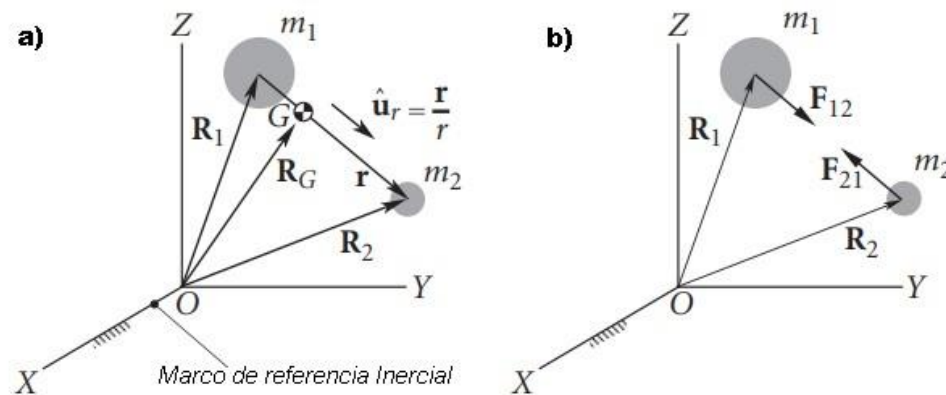
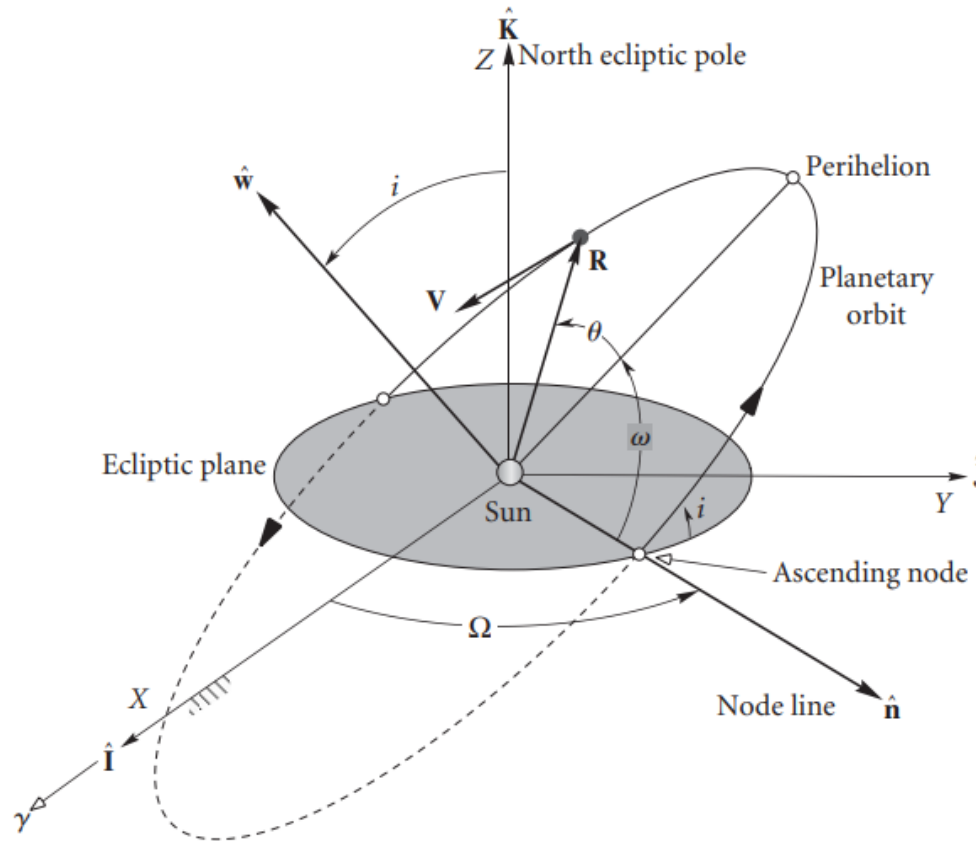


Figura 1. Tomado de: Howard D. Curtis (2005). Ilustración de (a) dos masas localizadas en un marco inercial, (b) Diagrama de cuerpo libre.

$$F_{21} = -F_{12} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} (-\hat{u}_r) = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} (\hat{u}_r) \quad (1)$$

$$\ddot{r} = -\frac{\mu}{r^2} \hat{u}_r \quad \mu = G(m_1 + m_2) \quad (2)$$

Elementos orbitales



Elemento Orbital	Descripción (Unidad de medida)
h	Momento Angular (km ² /s)
e	Excentricidad (adimensional)
Ω	Ascensión recta del nodo ascendente (°)
i	Inclinación respecto al plano de la eclíptica (°)
ω	Longitud del perihelio (°)
Θ	Anomalía verdadera (°)
a	Semieje mayor (km)

Figura 2. Tomado de: Howard D. Curtis (2005). Órbita planetaria en el marco eclíptico heliocéntrico.

Tiempo Sideral

Cálculo de día Juliano:

$$JD = J_0 + \frac{UT}{24} \quad (3)$$

$$J_0 = 367(y) - INT \left\{ \frac{7 \left[y + INT \left(\frac{m+9}{12} \right) \right]}{4} \right\} + INT \left(\frac{275m}{9} \right) + d + 1721013.5 \quad (4)$$

Donde y , m y d son enteros en los rangos:

$1901 \leq y \leq 2099$,

$1 \leq m \leq 12$,

$1 \leq d \leq 31$.

Rotaciones transformantes

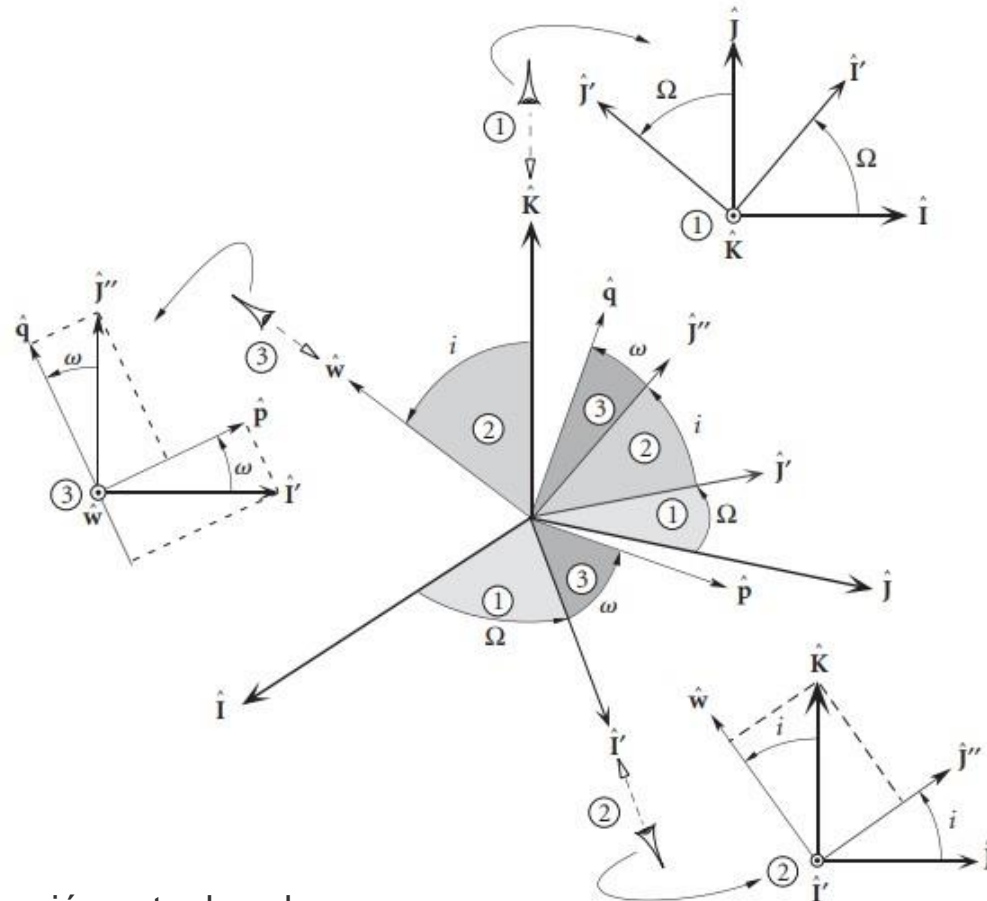


Figura 3. Transformación entre los planos ecuatorial y perifocal

Metodología

- Consulta de bases de datos: IEEE, Scielo, Science Direct para el estudio de la cinemática y dinámica de los planetas del Sistema Solar y el estudio de las coordenadas heliocéntricas y geocéntricas.
- Desarrollo de funciones y scripts en Mathematica para el cálculo del día Juliano y su relación con los vectores de estado.
- Escritura en código computacional de los vectores de estado de posición y velocidad en lenguaje Mathematica para los diferentes planetas.
- Comparación de resultados con paquetes existentes, validando los resultados del proyecto.

Resultados y validación

Código : Parte 1

(* Contantes Globales *)

```
mu = 1.327124 * 10^11; (* parametro gravitacional [km^3/z^2] *)
Fac = Pi / 180;      (* Factor De conversion de Degradianes a radianes *)
    |número pi
```

(* Algoritmo Parte 1 *)

(* Input Data *)

```
PlanetID = ChoiceDialog["Seleccione el Planeta",
    |diálogo de elección
    {Mercurio -> 1, Venus -> 2, Tierra -> 3, Marte -> 4, Jupiter -> 5, Saturno -> 6, Urano -> 7, Neptuno -> 8}, Magnification -> 1.5,
    |magnificación
    Antialiasing -> True];
    |antialiasing |verdadero
DialogInput[Grid[{{Text[Style["Inserte Fecha", 20]], SpanFromLeft}, {"Año [Rango 1901-2099]", InputField[Dynamic[year], String]},
|entrada de di... |rejilla |texto |estilo |extiende desde la izquierda |campo de en... |dinámico |cadena de caracteres
{"Mes [Rango 1-12]", InputField[Dynamic[month], String]}, {"Dia [Rango 1-31]", InputField[Dynamic[day], String]},
|campo de en... |dinámico |cadena de caracteres |campo de en... |dinámico |cadena de car
{"Hora [Rango 0-23]", InputField[Dynamic[hour], String]}, {"Minuto [Rango 0-59]", InputField[Dynamic[minute], String]},
|campo de en... |dinámico |cadena de caracteres |campo de en... |dinámico |cadena de caracte
{"Segundo [Rango 0-59]", InputField[Dynamic[second], String]},
|campo de en... |dinámico |cadena de caracteres
{CancelButton[], DefaultButton[DialogReturn[name = StringJoin[year, " ", " ", month, " ", " ", day]]}], Spacings -> {2, Automatic),
|cancela botón |botón por defecto |retorno de diálogo |une cadenas de caracteres |espaciados |automático
Alignment -> Left], Modal -> True, Antialiasing -> True];
|alineamiento |izquie... |diálogo ... |ver... |antialiasing |verdadero
```

(* Calculo Dia Juliano *)

```

j0 = 367 * ToExpression[year] - IntegerPart[ (7 * (ToExpression[year] + IntegerPart[ ((ToExpression[month] + 9) / 12) ] ) / 4) ] +
      [convierte en expresión] [parte entera] [convierte en expresión] [parte entera] [convierte en expresión]
      IntegerPart[ (275 * ToExpression[month]) / 9] + ToExpression[day] + 1721013.5;
      [parte entera] [convierte en expresión] [convierte en expresión]
ut = N[ToExpression[hour] + ToExpression[minute] / 60 + ToExpression[second] / 3600];
      [*] [convierte en expresión] [convierte en expresión] [convierte en expresión]
jd = j0 + ut / 24;

```

(* Valores Elementos orbitales planetarios y sus tasas centenarias (Tabla 8.1 Curtis).*)

```

J2000elements = { {0.38709893, 0.20563069, 7.00487, 48.33167, 77.45645, 252.25084},
  {0.72333199, 0.00677323, 3.39471, 76.68069, 131.53298, 181.97973}, {1.00000011, 0.01671022, 0.00005, -11.26064, 102.94719, 100.46435},
  {1.52366231, 0.09341233, 1.85061, 49.57854, 336.04084, 355.45332}, {5.20336301, 0.04839266, 1.30530, 100.55615, 14.75385, 34.40438},
  {9.53707032, 0.05415060, 2.48446, 113.71504, 92.43194, 49.94432}, {19.19126393, 0.04716771, 0.76986, 74.22988, 170.96424, 313.23218},
  {30.06896348, 0.00858587, 1.76917, 131.72169, 44.97135, 304.88003}, {39.48168677, 0.24880766, 17.14175, 110.30347, 224.06676, 238.92881} };
Centrates = { {0.00000066, 0.00002527, -23.51, -446.30, 573.57, 538101628.29},
  {0.00000092, -0.00004938, -2.86, -996.89, -108.80, 210664136.06}, {-0.00000005, -0.00003804, -46.94, -18228.25, 1198.28, 129597740.63},
  {-0.00007221, 0.00011902, -25.47, -1020.19, 1560.78, 68905103.78}, {0.00060737, -0.00012880, -4.15, 1217.17, 839.93, 10925078.35},
  {-0.00301530, -0.00036762, 6.11, -1591.05, -1948.89, 4401052.95}, {0.00152025, -0.00019150, -2.09, -1681.4, 1312.56, 1542547.79},
  {-0.00125196, 0.00002514, -3.64, -151.25, -844.43, 786449.21}, {-0.00076912, 0.00006465, 11.07, -37.33, -132.25, 522747.90} };

```



```
(*Ajuste de Unidades *)
J2000coe = J2000elements [[PlanetID]];
rates = Centrates [[PlanetID]];
au = 149597871;
J2000coe [[1]] = J2000coe [[1]] * au;
rates [[1]] = rates [[1]] * au;
rates [[3 ;; 6]] = rates [[3 ;; 6]] / 3600;

(* Calculo del la razon de Cambio *)
t0 = (jd - 2451545) / 36525;
elements = J2000coe + rates * t0;

(* Funcion de Ajuste de valores Angulares *)
F[x_] := If[x >= 360, x = x - IntegerPart[x / 360] * 360, If[x < 0, x = x - (IntegerPart[x / 360] - 1) * 360, x = x]]
      |si           |parte entera           |si           |parte entera

a = elements [[1]];
ex = elements [[2]];
h = Sqrt[mu * a * (1 - ex^2)];
   |raíz cuadrada
incl = elements [[3]];

RA = F[elements [[4]]];
What = F[elements [[5]]];
L = F[elements [[6]]];
w = F[What - RA];
M = F[L - What];
```


Código: Parte 2

(* Algoritmo Parte 2 *)

$rp = (h^2 / \mu) * (1 / (1 + ex * \cos[TA])) * (\cos[TA] * \{1, 0, 0\} + \sin[TA] * \{0, 1, 0\});$
[coseno] [coseno] [seno]

(*Posicionamiento del vector en el marco perifocal (km).*)

$vp = (\mu / h) * (-\sin[TA] * \{1, 0, 0\} + (ex + \cos[TA]) * \{0, 1, 0\});$ (*Vector de velocidad en el marco perifocal (km / s)*)
[seno] [coseno]

$R3RA = \{ \{ \cos[RA], \sin[RA], 0 \}, \{ -\sin[RA], \cos[RA], 0 \}, \{ 0, 0, 1 \} \};$
[coseno] [seno] [seno] [coseno]

(* Matriz de rotación sobre el eje z a través del ángulo RA *)

$R1i = \{ \{ 1, 0, 0 \}, \{ 0, \cos[incl], \sin[incl] \}, \{ 0, -\sin[incl], \cos[incl] \} \};$
[coseno] [seno] [seno] [coseno]

(* Matriz de rotación sobre el eje x a través del ángulo i *)

$R3w = \{ \{ \cos[w], \sin[w], 0 \}, \{ -\sin[w], \cos[w], 0 \}, \{ 0, 0, 1 \} \};$ (* Matriz de rotación sobre el eje z a través del ángulo w*)
[coseno] [seno] [seno] [coseno]

$Qpx = \text{Transpose}[R3RA] . \text{Transpose}[R1i] . \text{Transpose}[R3w];$
[transposición] [transposición] [transposición]

(* Matriz de la transformación del marco ecuatorial perifocal a geocéntrico. *)

(* Transformacion de {r}_x y {v}_x en el marco Heliocéntrico *)

```
r = Qpx.rp;
```

```
v = Qpx.vp;
```

```
rm = Norm[r];  
[norma
```

```
vm = Norm[v];  
[norma
```

```
Months = {Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Septiembre, October, Noviembre, Diciembre};
```

```
Planets = {Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Jupiter, Saturno, Urano, Neptuno, Pluton};
```

```
PlanetID = Planets[[PlanetID]];
```

```
month = Months[[ToExpression[month]]];  
[convierte en expresión
```

```
Print[]
Print["          Datos de entrada          "]
Print[]
Print[" Planet          = ",PlanetID]
Print[" Year              = ",year]
Print[" Month            = ",month]
Print[" Day              = ",day]
Print[" Hour             = ",hour]
Print[" Minute           = ",minute]
Print[" Second           = ",second]
Print[]
Print["----- Solucion -----"]
Print[]
Print[" Dia Juliano      = ",AccountingForm[jd,16]]
Print[]
Print["----- Elementos Orbitales -----"]
Print[]
Print["Momento Angular          [km^2/s] = ", h];
Print["Excentricidad            = ", ex];
Print["Ascensión Recta del Nodo Ascendente  [°] = ", N[RA]/Fac];
Print["Inclinacion de la Orbita  [°] = ", N[incl]/Fac];
Print["Argumento del Perigeo    [°] = ", N[w]/Fac];
Print["Anomalia Verdadera       [°] = ", N[TA]/Fac];
Print["Semieje Mayor            [Km] = ", AccountingForm[N[a]]];
Print[]
Print["Longitud del Perihelio    [°] = ", N[what]];
Print["Longitud Media           [°] = ", N[L]];
Print["Anomalia Media          [°] = ", N[M]/Fac];
Print["Anomalia Excentrica     [°] = ", N[EXA]/Fac];

Print["Vector de estado |Posicion Inicial| [km] = ", N[r]];
Print["Magnitud                = ", AccountingForm[N[rm]]];
Print["Vector de estado |Velocidad Inicial| [km/s] = ", N[v]];
Print["Magnitud                = ", N[vm]];
MessageBox["Calculo Terminado"];
```

Interfaz para datos de entrada

Seleccione el Planeta

Mercurio Venus Tierra Marte

Jupiter Saturno Urano Neptuno

Inserte Fecha

Año [Rango 1901-2099]

Mes [Rango 1-12]

Día [Rango 1-31]

Hora [Rango 0-23]

Minuto [Rango 0-59]

Segundo [Rango 0-59]

Cancelar Aceptar

Resultados: Variables de Entrada

Tabla 1. Variables de
Entrada y Tiempo Sideral.

Planeta	Fecha	Hora UTC	Tiempo Sideral
Mercurio	25/01/2030	19:00:00	2462527,292
Mercurio	30/08/2025	20:30:59	2460918,355
Venus	15/08/2020	21:30:00	2459077,396
Venus	6/02/2045	22:45:10	2468018,448
Tierra	20/10/2031	3:45:00	2463159,656
Tierra	9/09/2049	12:10:26	2469694,007
Marte	31/07/2021	9:15:30	2459426,886
Marte	20/06/2034	00:10:27	2464133,507
Júpiter	30/08/2025	20:30:59	2460918,355
Júpiter	15/11/2020	21:30:00	2459169,396
Saturno	25/01/2030	19:00:00	2462527,292
Saturno	30/08/2025	20:30:59	2460918,355
Urano	15/12/2036	4:35:30	2465042,691
Urano	6/04/2045	10:10:27	2468076,924
Neptuno	20/10/2031	10:15:30	2463159,927
Neptuno	9/09/2049	01:49:00	2468018,448

Resultados: Vector de Posición

Tabla 2. Resultados Vector de posición.
Software Mathematica.

Planeta	Codigo Wolfram	
	Vector de Posición (km) [x;y;z]	Magnitud Posición (km)
Mercurio	$[-5,40629*10^7;-3,62773*10^7;1,9932*10^6]$	65136867
Mercurio	$[-6,74061*10^6;4,5834*10^7;4,36369*10^6]$	46532043
Venus	$[1,07027*10^8;1,74107*10^7;-5,93723*10^6]$	108596704
Venus	$[4,55948*10^7;-9,8824*10^7;-3,99299*10^6]$	108908270
Tierra	$[1,33782*10^8;6,55871*10^7;-6701,74]$	148993822
Tierra	$[1,4656*10^8;-3,49955*10^7;-102,398]$	150680072
Marte	$[-2,3949*10^8;6,76861*10^7;7,29935*10^6]$	248977752
Marte	$[-1,18584*10^8;2,13276*10^8;7,38005*10^6]$	244138096
Júpiter	$[-1,16779*10^8;7,63754*10^8;-598811,]$	772630790
Júpiter	$[4,13075*10^8;-6,44154*10^8;-6,54291*10^6]$	765250571
Saturno	$[8,05064*10^8;1,10074*10^9;-5,11315*10^7]$	1364687032
Saturno	$[1,42643*10^9;-6,31661*10^7;-5,56271*10^7]$	1428910000
Urano	$[-8,10773*10^8;2,68767*10^9;2,039*10^7]$	2807370828
Urano	$[-2,24746*10^9;1,58205*10^9;3,4874*10^7]$	2748667097
Neptuno	$[4,33387*10^9;1,06716*10^9;-1,21843*10^8]$	4464988425
Neptuno	$[2,64654*10^9;3,58728*10^9;-1,34706*10^8]$	4459922675

Tabla 3. Resultados Vector de posición.
Software Matlab.

Planeta	Codigo Matlab	
	Vector de Posición (km)	Magnitud Posición (km)
Mercurio	$[-5,40629*10^7;-3,62773*10^7;1,9932*10^6]$	65136867
Mercurio	$[-6,74061*10^6;4,5834*10^7;4,36369*10^6]$	46532043
Venus	$[1,07027*10^8;1,74107*10^7;-5,93723*10^6]$	108596704
Venus	$[4,55948*10^7;-9,8824*10^7;-3,99299*10^6]$	108908270
Tierra	$[1,33782*10^8;6,55871*10^7;-6701,74]$	148993822
Tierra	$[1,4656*10^8;-3,49955*10^7;-102,398]$	150680072
Marte	$[-2,3949*10^8;6,76861*10^7;7,29935*10^6]$	248977752
Marte	$[-1,18584*10^8;2,13276*10^8;7,38005*10^6]$	244138096
Júpiter	$[-1,16779*10^8;7,63754*10^8;-598811,]$	772630790
Júpiter	$[4,13075*10^8;-6,44154*10^8;-6,54291*10^6]$	765250571
Saturno	$[8,05064*10^8;1,10074*10^9;-5,11315*10^7]$	1364687032
Saturno	$[1,42643*10^9;-6,31661*10^7;-5,56271*10^7]$	1428910000
Urano	$[-8,10773*10^8;2,68767*10^9;2,039*10^7]$	2807370828
Urano	$[-2,24746*10^9;1,58205*10^9;3,4874*10^7]$	2748667097
Neptuno	$[4,33387*10^9;1,06716*10^9;-1,21843*10^8]$	4464988425
Neptuno	$[2,64654*10^9;3,58728*10^9;-1,34706*10^8]$	4459922675

Tabla 4. Resultados posición.
Software Stellarium.

Planeta	Stellarium
	Magnitud Posición (km)
Mercurio	65258000
Mercurio	46596000
Venus	108596000
Venus	108911000
Tierra	148996000
Tierra	150674000
Marte	248967000
Marte	247121000
Júpiter	772989000
Júpiter	764666000
Saturno	1364131000
Saturno	1429630000
Urano	2807644000
Urano	2746673000
Neptuno	4465307000
Neptuno	4460516000

Resultados: Velocidad

Tabla 5. Resultados de Vector Velocidad. Software Mathematica.

Planeta	Codigo Wolfram	
	Vector Velocidad (km/s) [x;y;z]	Magnitud Velocidad (km/s)
Mercurio	$[17,1473;-38,3015;-4,70263]$	42,2273
Mercurio	$[-57,968;-5,31681;4,88221]$	58,4157
Venus	$[-5,75579;34,408;0,804308]$	34,8954
Venus	$[31,5638;14,5533;-1,62012]$	34,7951
Tierra	$[-13,5976;26,635;-0,00163984]$	29,9052
Tierra	$[6,43422;28,8615;-0,00331719]$	29,57
Marte	$[-5,68359;-21,2467;-0,305752]$	21,9959
Marte	$[-20,2619;-9,71181;0,293414]$	22,471
Júpiter	$[-13,0805;-1,36391;0,298592]$	13,1548
Júpiter	$[10,8389;7,66829;-0,274907]$	13,2801
Saturno	$[-8,3111;5,68675;0,231831]$	10,0731
Saturno	$[-0,10124;9,62754;-0,163252]$	9,62945
Urano	$[-6,56538;-2,28286;0,0763811]$	6,95136
Urano	$[-3,96692;-5,88249;0,0294715]$	7,09514
Neptuno	$[-1,33363;5,30637;-0,0782837]$	5,47196
Neptuno	$[-4,40333;3,2587;0,0345793]$	5,4781

Tabla 7. Resultados Vector de Velocidad. Software Matlab.

Planeta	Codigo Matlab	
	Vector Velocidad (km/s) [x;y;z]	Magnitud Velocidad (km/s)
Mercurio	[17,1473;-38,3015;-4,70263]	42,2273
Mercurio	[-57,968;-5,31681;4,88221]	58,4157
Venus	[-5,75579;34,408;0,804308]	34,8954
Venus	[31,5638;14,5533;-1,62012]	34,7951
Tierra	[-13,5976;26,635;-0,00163984]	29,9052
Tierra	[6,43422;28,8615;-0,00331719]	29,57
Marte	[-5,68359;-21,2467;-0,305752]	21,9959
Marte	[-20,2619;-9,71181;0,293414]	22,471
Júpiter	[-13,0805;-1,36391;0,298592]	13,1548
Júpiter	[10,8389;7,66829;-0,274907]	13,2801
Saturno	[-8,3111;5,68675;0,231831]	10,0731
Saturno	[-0,10124;9,62754;-0,163252]	9,62945
Urano	[-6,56538;-2,28286;0,0763811]	6,95136
Urano	[-3,96692;-5,88249;0,0294715]	7,09514
Neptuno	[-1,33363;5,30637;-0,0782837]	5,47196
Neptuno	[-4,40333;3,2587;0,0345793]	5,4781

Tabla 8. Resultados
Velocidad. Software
Stellarium.

Planeta	Stellarium
	Magnitud Velocidad (km)
Mercurio	42,137
Mercurio	58,348
Venus	34,895
Venus	34,794
Tierra	29,905
Tierra	29,57
Marte	21,998
Marte	22,468
Júpiter	13,154
Júpiter	13,297
Saturno	10,069
Saturno	9,633
Urano	6,971
Urano	7,09
Neptuno	5,476
Neptuno	5,489

Conclusiones

- Se desarrollaron algoritmos para el cálculo de los vectores de estado de los planetas del sistema solar.
- Se validaron los resultados obtenidos con paquetes computacionales utilizados por la comunidad científica.

Referencias

- **Curtis H. 2005.** Orbital Mechanics for Engineering Students. Sexta edición, 2005. Editorial Elsevier-Butterworth Heineman.
- Documentation Center, Wolfram Language & System.
<https://reference.wolfram.com/language/>.
- The Language of Technical Computing, Math Work.
<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- J. C. Moreno Marín y S. Heredia Avalos, DFISTS Escuela Politécnica Superior Universidad de Alicante, Resumen de física (Dinámica)
<https://web.ua.es/es/cursos-cero/documentos/-gestadm/dinamica-teoria.pdf>
- Eduard L. Stiefel, Gerhard Scheifele (1971). Linear and Regular Celestial Mechanics. Perturbed Two-body Motion Numerical Methods Canonical Theory. Springer-Verlag.

¡Gracias!



LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA